Christian Kiesow

Neue Wege des Mathematikunterrichts für eine Neue Oberstufe

Pulsarentwürfe

www.neue-oberstufe.berlin

Inhaltsverzeichnis

Wozu brauche ich das eigentlich? -

Das Legitimationsproblem des traditionellen Mathematikunterrichts

Das Schulfach Mathematik ist vielleicht nicht als einziges Fach, wohl aber in vergleichsweise zugespitzter Form mit einem Legitimationsproblem seitens der Lernenden konfrontiert. Dies äußert sich in Fragen wie den folgenden, die von jeder Schülergeneration in ähnlicher Weise aufgeworfen werden:

„Wozu brauche ich das eigentlich?“

„Warum soll ich Kurvendiskussion lernen?“

„Was nützt mir das Wissen über e-Funktionen für mein zukünftiges Leben?“

„Werde ich jemals wieder Integralrechnung benötigen?“

Mathematiklehrer und -lehrerinnen stehen diesen Fragen in der Regel recht hilflos gegenüber. Gewiss kann man darauf verweisen, dass unsere moderne, hochtechnisierte Gegenwartsgesellschaft mit ihren Rechnern, Smartphones, Raum-Sonden und Kernspintomographen essentiell auf hochkomplexem mathematischem Wissen beruht, ohne das sie quasi „funktionsunfähig“ wäre. Dies mag Schülerinnen und Schülern zwar durchaus einleuchten – als weitestgehend abstrakte Behauptung bleibt die Relevanz der Mathematik für die Gegenwartsgesellschaft jedoch ein ungreifbarer Fingerzeig. Da das in realen Anwendungen wie z.B. Smartphones benötigte mathematische Wissen in der Regel weit über den Schulstoff hinausgeht und folglich in der Schule niemals behandelt wird, kann die konstatierte Gesellschaftsrelevanz der Mathematik für junge Lernende nicht in ihren eigenen alltäglichen Erfahrungs- und Relevanzraum integriert werden. Anders gewendet: Auch wenn es gewiss „irgendwelcher“ Fachleute bedarf, die Smartphones programmieren, so ist damit für mich als Schüler, der ich Geschichte studieren oder Goldschmied werden möchte, noch nicht einsichtig, warum *ich* mich ebenfalls mit dem entsprechenden Wissen beschäftigen sollte.

Ähnliches gilt freilich auch für andere abstrakte Legitimationsstrategien, wie etwa der Verweis darauf, dass der Mathematikunterricht logisches Denken fördere, dass er die Einübung in Geduld, Konsequenz und kognitive Hartnäckigkeit leiste oder dass er ein allgemeines Kulturgut vermittle, wie etwa der Musik-, Kunst- oder Literaturunterricht. Solche allgemeinbildenden Gesichtspunkte sind als Gründe für den Mathematikunterricht sicherlich ebenso wenig von der Hand zu weisen wie das schlichte Faktum, dass sich spätestens bei der Aufnahme eines Soziologie-, Medizin- oder Wirtschaftsstudiums solide Kenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung als unentbehrlich erweisen. Andererseits bleibt damit dennoch das Problem bestehen, dass einer Schülerin oft genug der individuelle Relevanzbezug zum mathematischen Wissen fehlt und dass somit eine Anknüpfung an die subjektiv erfahrene Alltagsrealität *im Hier und Jetzt* scheitert.

Die Mathematik-Didaktik hat auf dieses Problem in den letzten 10-15 Jahren reagiert, indem sie sich weg von einem reinen, kontextlosen Formelwissen und zunehmend hin auf Text- und „Anwendungs“-aufgaben bewegt hat. Mathematische Zusammenhänge sollen nun vorwiegend in lebensnahen Sachkontexten wie etwa Flugzeugrouten, Geländeprofilen oder Wachstumsprozessen interpretiert und eingeübt werden. Diese Tendenz ist sicher zu begrüßen; sie geht jedoch einerseits nicht weit genug, andererseits auch am Problem vorbei. Zum einen handelt es sich nämlich bei besagten Sachaufgaben um hochgradig künstlich konstruierte „Anwendungen“, die gerade in ihrer intendierten Lebensnähe im Gegenteil als besonders lebensfern erscheinen: So würde im realen Alltag niemand auf die Idee kommen, vor dem Verzehren die Abkühlungszeit eines Puddings zu berechnen oder den Steigungswinkel einer Leiter zu bestimmen, die einen kleinen Hund von einem Hügel retten soll. Zum anderen handelt es sich bei ihnen immer noch um fachlich isolierte Aufgaben von zeitlich und sozial begrenzter Reichweite. So werden Sachaufgaben, die z.B. biologische oder physikalische Themen beinhalten, meist nicht im sinnvollen Zusammenwirken mit dem entsprechenden Bezugsfach und dessen Lehrplan behandelt, sondern dort, wo es der Fachlehrplan Mathematik vorsieht. Der gewünschte interdisziplinäre Synergieeffekt geht damit wieder verloren. Andererseits führt die Kürze und Abgeschlossenheit der entsprechenden Aufgaben – neben ihrer gelegentlichen Absurdität – kaum zu einer gewünschten längerfristigen individuellen Identifizierung durch die Lernenden.

Neue Wege durch Pulsare

Mit dem angesprochenen Problem stellt sich die Frage, ob es Formen des schulischen Mathematik-Lernens geben kann, die mathematisches Wissen für Schülerinnen und Schüler plausibler und lebensnäher erfahrbar machen und wie diese beschaffen sein könnten. Formen, in denen der Umgang mit mathematischem Wissen nicht primär im Lernen für den nächsten Test, die nächste Klausur oder das bevorstehende Abitur besteht, sondern darin, etwas über die Welt, die Möglichkeiten einer überaus mächtigen menschlichen Kulturpraxis und die eigenen Fähigkeiten und Grenzen im Hantieren mit dieser Praxis zu lernen.

Auf den folgenden Seiten wurde der Versuch unternommen, speziell für den Bereich mathematischen Wissens ein System von sog. „Pulsaren“ zu entwickeln, von ca. einwöchigen Projekten, in denen Schülerinnen und Schüler Fach und Lernformen übergreifend die Gelegenheit haben, sich intensiv, kreativ und differenziert mit einer übergeordneten Aufgabenstellung zu beschäftigen. Diese Pulsare stellen ein zentrales Element der von der Evangelischen Schule Berlin Zentrum geplanten Reform der Sekundarstufe II (Neue Oberstufe - NOS) dar, die es sich zum Ziel gesetzt hat, das traditionelle, auf Standardisierung, Normierung und einseitige Prüfungs- und Leistungsorientierung beruhende Schulsystem umzugestalten. Stattdessen sollen die individuelle Selbstentfaltung der Schülerinnen und Schüler, ihre Kreativität, ihre Motivationsbereitschaft und ihre natürliche Neugierde im Mittelpunkt der NOS stehen.

Dieser innovative, hohe Anspruch stellt auch und speziell für den Mathematikunterricht eine besondere Herausforderung dar. Schließlich gilt es doch

1. die individuelle Relevanzsetzung und Motivationsfähigkeit der Lernenden anzusprechen und in den Mittelpunkt zu stellen;
2. mathematisches Wissen in einen sinnvollen, fächerübergreifenden und lebensweltlich relevanten Kontext einzubetten;
3. junge Menschen auf ein Beruf- und Arbeitsleben in einer vernetzten, globalisierten und komplexen Gegenwartsgesellschaft vorzubereiten;
4. und nicht zuletzt: den von der Berliner Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft vorgegebenen Rahmenlehrplan für Mathematik[1] in der Sek II und damit abiturrelevantes Wissen abzudecken.

Die gleichzeitige Berücksichtigung dieser Ansprüche ist gewiss nicht einfach und geht nicht immer reibungslos auf. Die folgenden Pulsarentwürfe sind daher als ein erster Versuch zu verstehen, die schulische Vermittlung mathematischen Wissens anders zu denken; neue und vielleicht zeitgemäßere Formen dieser Vermittlung zu finden. Sie sollen weniger als sklavisch abzuarbeitende Lehrpläne denn als *Einladung* und *Impulsgeber* verstanden werden, die sich

[1] Im Folgenden immer als „MR“ für „Mathematik-Rahmenlehrplan“ abgekürzt.

an interessierte Fachkollegen aus der Mathematik, Kollegen aus anderen Fächern und alle weiteren Interessierten richtet. Gemeinsam können und dürfen die hier vorgestellten Ideen natürlich modifiziert, ergänzt und weiterentwickelt werden.

Zur didaktischen Gestaltung der Pulsare ist noch folgendes vorwegzuschicken:

1. Unterschieden werden Pulsare, in den Mathematik-Basiswissen vermittelt wird, das in etwa den herkömmlichen Grundkursen entspricht, und Pulsare, die ein vertiefendes Wissen in Mathematik vermitteln, das in etwa den herkömmlichen Leistungskursen entspricht. Ob und inwieweit diese Trennung noch möglich und sinnvoll sein wird, wird sich zeigen.

2. Die Begründungsbeziehung von mathematischem Wissensinhalt und Sach- bzw. Anwendungsgegenstand wird tendenziell umgekehrt: Es geht nicht darum, Beispiele oder Anschauungsmaterial zu einem vorgegebenen mathematischen Lerninhalt zu finden, der primär als Selbstzweck im Zentrum steht, sondern die Mathematik einem sachbezogenen Projektgegenstand bzw. –thema unterzuordnen, zu dem mehrere Fächer und Wissensgebiete in gemeinsamer Zusammenarbeit beitragen.

3. Gerade bei den Pulsaren, die mathematisches Basiswissen vermitteln, steht der Handlungsbezug im Vordergrund. Es geht also weniger darum, etwas bloß zu rezipieren und zu reproduzieren, sondern das entsprechende mathematische Wissen handlungsleitend erfahr- und nutzbar zu machen. Bei den Pulsaren, die vertiefendes Wissen vermitteln, steht der Reflexionsbezug stärker im Vordergrund. Hier geht es darum, die entsprechenden mathematischen Konzepte zeit- und kulturgeschichtlich sowie philosophisch zu kontextualisieren.

4. Ebenso wurden bei den stärker handlungsorientierten Pulsaren darauf geachtet, einen möglichst plausiblen Bezug zu einem relevanten gesellschaftlichen, politischen, wirtschaftlichen oder naturwissenschaftlichen Gegenwartsproblem zu finden. Bei den stärker reflexionsbezogenen Pulsaren standen dagegen eher historische und kulturelle Bezüge im Vordergrund, die im traditionellen Mathematikunterricht in ebenso starkem Maße wie sinnvolle Anwendungsbezüge fehlen.

5. Fast alle der beschriebenen Pulsare setzen den Besuch von mathematischen *Methodenkursen* seitens der Lernenden voraus. Diese Methodenkurse beruhen auf der Einsicht, dass nicht alles, was an mathematischem Handwerkszeug und an Übung für die Bearbeitung der Pulsaraufgaben erforderlich ist, im Rahmen der Pulsare selber vermittelt werden kann. Fähigkeiten wie das kompetente Lösen von Polynomgleichungen, das kalkulative Bilden von Ableitungen und Integralen, das Berechnen von Schnittpunkten etc. bedürfen einer gesonderten Vorbereitung, bevor sie bei der Bewältigung der folgenden Pulsare zum Einsatz kommen. Dies soll gerade in den jeweiligen Methodenkursen erfolgen – allerdings freilich immer mit dem Ziel

jedes Schülers und jeder Schülerin vor Augen, für den Pulsar seiner bzw. ihrer Wahl bestens gerüstet zu sein.

Die folgenden Pulsarentwürfe sind so gestaltet, dass zunächst Motivation, Gegenwartsbezug und Zielsetzung des Pulsars kurz erläutert werden; weiterhin werden die einzelnen Referenzfächer (außer der Mathematik, die natürlich bei jedem der folgenden Pulsare als Referenzfach auftritt) genannt und ihr genaues Zusammenwirken sowie die Gliederung des Pulsars in verschiedene Lerneinheiten erläutert. Schließlich werden Hinweise zur Einordnung des Pulsars in den MR, seine sinnvolle Platzierung innerhalb der Oberstufe, etwaige Voraussetzungen (Methodenkurse) oder weitere didaktische Hinweise gegeben. Eine Übersicht über alle Pulsare findet sich am Ende dieser Broschüre.

Bedanken möchte ich mich an dieser Stelle noch einmal ganz herzlich bei Barbara Stockmeier für die stets bereichernde Zusammenarbeit einschließlich der Ermöglichung dieser Broschüre sowie bei Herrn Dr. Roland Weber von der Philipps-Universität Marburg für seine hilfreichen, mathematikdidaktisch fundierten Anregungen.

Christian Kiesow,

Berlin, den 1. Juni 2015

1. Pulsar (Basiswissen): Verpackungsdesign

Konsumenten begegnen Produkten heutzutage meist nicht mehr in ihrer „natürlichen“ Form, sondern in Form einer eigens konzipierten Verpackung wie etwa einer Dose, einem Karton oder einer Flasche. In das Design solcher Verpackungen fließen komplexe ästhetische, konsumpsychologische und ökonomische Erwägungen mit ein. Der Sinn dieses Pulsars besteht darin, den Lernenden diese Erwägungen bewusst und kritisch nachvollziehen zu lassen, indem sie zur Gestaltung einer Verpackung für ein von ihnen gewähltes Produkt (z.B. einen Milchkarton oder eine Pralinenschachtel) motiviert und angeleitet werden.

Bei der Gestaltung des Verpackungsdesigns wird das Wissen dreier Fächer zusammengeführt: der Psychologie, der Bildenden Kunst und der Mathematik. Zunächst einmal werden in einer Psychologie-Einheit Grundzüge der Werbe- und Konsumpsychologie erarbeitet. Die Lernenden werden dazu motiviert, affektive Assoziationen, Wünsche und Bedürfnisse einer möglichen Kundschaft für das von ihnen gewählte Produkt herauszuarbeiten und anzusprechen. Danach wird in einer Kunst-Einheit das ästhetische Design hinsichtlich Form- und Farbgebung sowie Motiv- und Schriftgestaltung ausgearbeitet. Schließlich wird in einer Mathematik-Einheit eine Optimierungsaufgabe gelöst: Für ein vorgegebenes Volumen bzw. eine vorgegebene Oberfläche werden die optimalen Verpackungsmaße bestimmt. Dabei stehen einerseits ökonomische Erwägungen (z.B. Minimierung der Materialkosten), andererseits auch ökologische Erwägungen (z.B. Minimierung des Materialverbrauchs) im Vordergrund.

Der MR sieht für das erste Semester der Oberstufe die Fundierung und Entwicklung der Differentialrechnung für ganzrationale Funktionen vor. Die Bestimmung von Extrempunkten (Minima und Maxima) anhand hinreichender und notwendiger Kriterien ist eine zentrale Anwendung der erarbeiteten Differentialrechnung. Der Pulsar Verpackungsdesign zeigt Lernenden eine konkrete Möglichkeit auf, ihr erworbenes Wissen in diesem Bereich praxisnah umzusetzen, indem die Bestimmung von Extrempunkten zur Lösung von Optimierungsaufgaben verwendet wird und die vom MR vorgesehenen Lerninhalte eine unmittelbare Relevanz erfahren. Voraussetzung hierfür sind einerseits fundierte Kenntnisse der Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen, wie sie im Rahmen eines vorhergehenden Methodenkurses erworben werden, und andererseits die Wahl hinreichend *einfacher* Verpackungsformen wie Quader, Zylinder oder Kegel, die eine Behandlung mit Methoden der Schulmathematik zulassen.

2. Pulsar (Basiswissen): Radioaktivität

Radioaktivität ist in der Welt unserer Gegenwart ein zentrales Thema. Die Fukushima-Krise 2011 oder die Debatten um die Ablösung der Kernkraft oder die Endlagerung von „Atommüll" zeigen, wie sehr politische und naturwissenschaftliche Aspekte hier verzahnt sind. Dieser Pulsar soll Lernenden die Gelegenheit bieten, sich aktiv, kritisch und fundiert mit dem Phänomen der Radioaktivität auseinanderzusetzen, indem zeitliche und räumlich-geographische Modelle für die Halbwertszeit bzw. Reichkraft von radioaktiven Substanzen entwickelt werden.

Bei der Gestaltung dieser Modelle wird das Wissen der Mathematik mit drei weiteren Fächern vernetzt: der Physik, der Biologie und der Geographie. In einer ersten Lerneinheit wird dabei das physikalische Grundwissen über Radioaktivität (z.B. Begriffe wie Halbwertszeit oder Zerfallsrate) gelegt und die mathematische Beschreibung mittels Exponentialfunktionen eingeführt. In einer zweiten Lerneinheit wird darauf aufbauend erarbeitet, welche Auswirkungen Radioaktivität auf biologische Prozesse (z.B. DNA-Schädigung) und auf geographische Prozesse (z.B. Bevölkerungsdynamik oder Klimaänderungen) zeitigen kann. Ziel des Pulsars ist die Ausarbeitung eines konkreten Szenarios, das quantitativ-mathematische Berechnungen (z.B. in Form von Diagrammen) mit sinnvoll fingierten biologischen und geographischen Änderungsprozessen verbindet. Inhaltlich könnten solche Szenarien als Havarie-Ereignisse (z.B. Unfall in einem Kernkraftwerk), als militärische Krisenereignisse (z.B. potentieller Abwurf einer Atombombe) oder als protektive Maßnahmen (z.B. bei der Endlagerung von „Atommüll") gewählt werden. Im Mittelpunkt steht bei diesem Pulsar die Schaffung eines Bewusstseins für den verantwortungsvollen, friedlichen und langfristig vorausschauenden Umgang mit Mitmensch, Natur und Technik.

Dieser Pulsar knüpft mathematisch an das Thema „Exponentialfunktionen" an, das im ersten Semester der Oberstufe behandelt wird. Inhaltlich relevant werden Exponentialfunktionen dabei vor allem in Form von sog. ungestörtem und begrenztem Zerfall. Didaktisch ist besonders der Unterschied zwischen verschiedenen Arten zu- und insbesondere abnehmenden zeitlichen Prozessen (z.B. linear versus parabolisch versus exponentiell) herauszuarbeiten. Die Proportionalität von Zerfallsgeschwindigkeit (=Ableitung) und Bestand, die für Exponentialfunktionen charakteristisch ist, erhält hier eine unmittelbare physikalische Interpretation, die sich wiederum durch den Entwurf des Szenarios in konkrete lebensweltliche Auswirkungen bzw. deren Handhabung (z.B. in Form von Strahlenschutz) übersetzt. Obligatorisch für diesen Pulsar ist ein Methodenkurs in Differentialrechnung sowie bei Bedarf eine Auffrischung von Potenz- und Logarithmengesetzen aus Klasse 11.

3. Pulsar (Basiswissen): Bevölkerungswachstum

In den letzten beiden Jahrhunderten ist die Weltbevölkerung sprunghaft angestiegen. Dies hat enorme politische, gesellschaftliche, ökonomische und geographische Konsequenzen für die Welt der Gegenwart. Themen wie „Überbevölkerung“, Nahrungs- und Wasserknappheit, Bevölkerungspolitik und Empfängnisverhütung sind weiterhin aktuelle und vieldiskutierte Problemfelder des öffentlichen Interesses. Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, mathematische Beschreibungsinstrumente für demographische Wachstumsprozesse kennenzulernen, zu verwenden und mit historischem und geographischem Wissen kritisch in Beziehung zu setzen. Die Lernenden erstellen im Rahmen des Pulsars ein eigenes demographisches Szenario z.B. für eine ausgewählte historische Epoche oder einen fingierten Staat.

Zur Gestaltung des entsprechenden Szenarios wird das Wissen dreier Fächer miteinander verknüpft: Dies ist zum einen die (neuere) Geschichte, die sich als Referenzfach schon deswegen anbietet, weil demographische Prozesse längere zeitliche Entwicklungen darstellen, die in spezifische historische, politische und kulturelle Situationen eingebettet sind. Die Vermittlung des zugehörigen Hintergrundwissens (z.B. die Geschichte von Nationalstaaten wie den USA im 19. Jahrhundert, Industrialisierungs- und Technisierungsprozesse, bevölkerungsplanerische Eingriffe wie die „Ein-Kind-Politik“ in China) wird hier geleistet. Weiterhin wird das Fach Geographie in Anspruch genommen, da demographische Prozesse in der Regel auch erhebliche sozialräumliche Veränderungen nach sich ziehen. Dies betrifft z.B. intra- und internationale Migration, Ressourcenknappheit, eine veränderte und intensivere Flächennutzung oder Verstädterungsprozesse. Die Mathematik schließlich stellt Beschreibungsinstrumente bereit, die demographische Prozesse in ihrem zeitlichen Verlauf quantitativ modellieren. Dies ermöglicht einerseits eine retrospektive Deutung historischer, gesellschaftlicher und sozialräumlicher Prozesse, andererseits aber auch die Erstellung von prospektiven Szenarien (Prognosen).

Auch dieser Pulsar knüpft vorrangig an das Thema „Exponentialfunktionen“ an, das im ersten Semester der Oberstufe behandelt wird. Die spezifische Form von Exponentialfunktion, die dabei benötigt wird, ist das sog. unbeschränkte bzw. das sog. begrenzte Wachstum. Auch hier ist der Unterschied zu anderen zunehmenden zeitlichen Prozessen (z.B. linear oder parabolisch) und der für Exponentialfunktionen charakteristische Zusammenhang von Wachstumsgeschwindigkeit (=Ableitung) und Bestand herauszuarbeiten. Mehr als der Pulsar „Radioaktivität“ bietet dieser Pulsar die Möglichkeit, quantitative bzw. formale Modellbildungen kritisch zu reflektieren, indem die Differenz von realem Prozess (=Daten) und Modell (=Wahl der Funktionsparameter) von größerer Bedeutung ist. Obligatorisch ist ebenfalls ein Methodenkurs in Differentialrechnung sowie bei Bedarf eine Auffrischung von Potenz- und Logarithmengesetzen aus Klasse 11.

4. Pulsar (Basiswissen): Landschaftsplanung

Die sozialräumliche Umwelt des modernen Menschen ist in der Regel das Resultat tiefgreifender Planungs- und Gestaltungsprozesse. Die Struktur von Parks, Erholungsgebieten und Stadtvierteln, aber auch der Verlauf von Verkehrswegen wie Straßen, Schienen oder Wasserstraßen wird von Fachleuten nach verschiedenen ökonomischen und ökologischen Kriterien entworfen Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, den Lernenden das Wissen aus Biologie, Geographie und Mathematik zu vermitteln, um selber einen sinnvollen Entwurf eines frei gewählten Landschaftsareals (z.B. eines Parks oder eines Verkehrsknotens) zu entwerfen.

Als Fächer sind, wie bereits erwähnt, neben der Mathematik die Biologie und die Geographie in diesen Pulsar involviert. Die Biologie stellt zunächst das Wissen über die Struktur von Ökosystemen und ökologischer Diversität bereit. Hierzu gehören z.B. Themen wie Gewässer- und Freilandökologie, die verschiedenen Eigenschaften von Nutz- und Kulturpflanzen oder die wechselseitige Beeinflussung bestimmter Tierpopulationen. Dadurch werden die Lernenden in die Lage versetzt, z.B. einen ökologisch sinnvollen Bepflanzungsplan für das gewählte Landschaftsareal zu entwerfen. Die Geographie knüpft daran an und ermöglicht es den Lernenden, differenzierte Flächennutzungskonzepte zu erarbeiten, indem sie räumliche Gestaltungsmöglichkeiten z.B. im urbanen Raum (Stadtparks) oder verschiedene Verkehrsführungskonzepte vorstellt und diskutieren lässt. Die Mathematik schließlich stellt das Wissen bereit, um quantitative geometrische Größen des Landschaftsareals exakt oder approximativ zu bestimmen. Dazu gehören z.B. Flächeninhalte, die z.B. zur Bestimmung einer ausreichenden Menge von Setzlingen oder Baumaterialien benötigt werden, Steigungen und Krümmungen, die für den Bau von Verkehrswegen berücksichtigt werden müssen, oder das Aufstellen von Funktionsgleichungen durch gegebene Bedingungen, die etwa zur Modellierung von Randlinien dienen.

Der Pulsar Landschaftsplanung deckt gleich mehrere Bereiche ab, die im Rahmen der Analysis in Sek II behandelt werden können bzw. sogar müssen. Dazu gehört die Anwendung bzw. Weiterführung der Differentialrechnung für ganzrationale Funktionen, wenn es um die Berechnung von Steigung und Krümmung geht. Das Vertiefungsthema Rekonstruktion von Funktionen (sog. „Steckbriefaufgaben“) eignet sich in hervorragender Weise für diesen Pulsar, da die Gewinnung von Funktionsgleichungen aus planerischen Vorgaben hier unmittelbar genutzt und umgesetzt werden kann. Der Berechnung von Flächen entspricht das in 12.2 obligatorische Thema Integralrechnung, dessen Hauptanwendungsbereich gerade in der Flächeninhaltsbestimmung mittels bestimmter Integrale besteht. Neben einem Methodenkurs in Differentialrechnung ist für diesen Pulsar der entsprechende Vorbereitungskurs in Integralrechnung Vorbedingung zur Teilnahme.

5. Pulsar (Basiswissen): Entwurf und Durchführung einer Umfrage

Unser gesellschaftlicher Alltag ist wesentlich von Umfragen bestimmt, wie sie vor allem in der Markt- und Meinungsforschung Anwendung finden. Dies wird z.B. besonders deutlich vor Wahlen spürbar, wo die momentane politische Stimmung oder die Haltung der Bevölkerung zu wichtigen gesamtgesellschaftlichen Diskursen durch Umfragen erfasst wird. Aber auch im Bereich der Privatwirtschaft werden Umfragen eingesetzt, um die Zustimmung bestimmter Zielgruppen zu einem Produkt oder ein bestimmtes Konsumentenverhalten zu eruieren. Das Ziel dieses Pulsars besteht für die Lernenden darin, in einem beschränkten Rahmen (z.B. schulintern) selber eine Umfrage zu planen, durchzuführen und auszuwerten und dadurch sowohl die Stärken als auch die inhärenten Beschränkungen dieses sozialwissenschaftlichen Instrumentes kennenzulernen. Insbesondere die Konstruktions- und Selektionsleistung, die sich hinter Umfragen verbirgt, soll dadurch sichtbar gemacht und kritisch reflektiert werden.

Der Pulsar setzt eine enge Zusammenarbeit der Fächer Politik- bzw. Sozialwissenschaft und Mathematik voraus. Aufgabe des Ersteren ist dabei, 1. aktuell relevante Diskussionsfelder zu eruieren, kontextuell aufzuschlüsseln und sinnvolle Fragestellungen zu erarbeiten, 2. basale methodologische Prinzipien des Umfragedesigns zu vermitteln (z.B. mögliche „Fallen“ zu benennen, in die man bei der Konzeption der Fragen tappen kann) und 3. die Rückkopplung von Umfrageergebnissen und gesellschaftlicher Stimmung zu reflektieren (z.B. die mögliche Modifikation des Wählerverhaltens durch die Veröffentlichung einer Umfrage). Die Aufgabe der Mathematik besteht hingegen darin, die nötigen statistischen bzw. wahrscheinlichkeitstheoretischen Instrumente zu liefern, die eine sachgerechte Auswertung der durchgeführten Umfrage erfordert. Dies geschieht in enger Rückkopplung mit der sozialwissenschaftlichen Methodeninstruktion. Dabei geht es z.B. um die Frage, wie viele Personen mindestens befragt werden müssen, damit eine Umfrage repräsentativ ist, oder um den Umgang mit „Ausreißern“ und „ungültigen“ Antworten.

Der Pulsar „Entwurf und Durchführung einer Umfrage“ greift auf das Thema Binomialverteilung und Bernoulli-Ketten zurück, das laut MR in 12.2 behandelt wird. Dabei tritt das Problem auf, dass die sog. Trefferwahrscheinlichkeit in Aufgaben zu Bernoulli-Ketten üblicherweise bekannt ist, während dies bei der selbst konzipierten Umfrage nicht der Fall ist. Einen Ausweg bietet hier z.B. die sukzessive Einsetzung von „Testwahrscheinlichkeiten“ und einen nachfolgenden Abgleich mit dem gewonnenen Umfrageergebnis. Eine solche Praxis, die im Übrigen den Einsatz von spezifischer Statistik-Software nahelegt, erscheint anwendungs- und realitätsbezogener als Aufgaben mit vorgegebener, oft rein fingierter Trefferwahrscheinlichkeit. Als Voraussetzung für diesen Pulsar sollte ein Methodenkurs besucht werden, der elementare Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitstheorie wie Baumdiagramme und Pfadregeln auffrischt und zumindest die Bernoulli-Formel theoretisch fundiert.

6. Pulsar (Basiswissen): Design eines Glücksspiels

Glücksspiele sind ambivalente Verheißungen. Sie suggerieren für einen geringen Einsatz die Chance aufs große Los; in der Regel ist es aber nicht mehr als dieser kurze Traum vom Glück, für den man zahlt und der letztendlich schnell wieder verpufft. Weniger bekannt ist hingegen, dass hinter allen gängigen Glücksspielen kühle mathematische Berechnung steckt, die überhaupt erst den langfristigen, vielfach wiederholten Einsatz des Spiels kalkulierbar macht. Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, dass die Lernenden selber ein Glücksspiel entwerfen und sich quasi in die Rolle des Anbieters eines solchen Spiels versetzen. Dies kann z.B. ein Glücksrad sein, ein speziell gestalteter Würfel, eine Urne mit farbigen Kugeln oder eine virtuelle Oberfläche.

Die Durchführung dieses Pulsars setzt das Zusammenwirken dreier Fächer von ganz verschiedener Seite her voraus: In einer Lerneinheit des Faches Psychologie werden zunächst die wahrnehmungs- und entscheidungspsychologischen Grundlagen erarbeitet, die ganz allgemein bei Glücksspielen wirksam sind. Ab welchem Gewinn oder Verlust etwa steigen Teilnehmer aus einem Spiel aus? Welche Ereignisse tragen dazu bei, dass Teilnehmer „bei der Stange“ bleiben? Hier wäre auch ein Ausflug in die Psychopathologie und Persönlichkeitspsychologie sinnvoll: Welche Art von Persönlichkeitsstruktur tendiert zum exzessiven Glücksspiel? Wie entsteht Spielsucht und welche Behandlungsmöglichkeiten gibt es? Dieses Wissen wird dann um eine Lerneinheit in Mathematik ergänzt, die die wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen ausgewählter einfacher Glücksspiele vermittelt. Hier geht es um die Frage, wie die Wahrscheinlichkeit einzelner interessanter Ereignisse überhaupt bestimmt werden kann und welche Größen dazu dienen, längerfristige Prognosen für den Ausgang eines Spiels zu erstellen. In einer dritten Lerneinheit des Faches Bildende Kunst wird das von den Lernenden jeweils ausgewählte Glücksspiel als materielles bzw. virtuelles Objekt unter ästhetischen Gesichtspunkt designt und realisiert. In theoretischer Hinsicht könnte dies mit einem Exkurs in Alltagsästhetik und/oder Camp, Trash und Kitsch verbunden werden.

Inhaltlich kann mit diesem Pulsar prinzipiell das gesamte Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung verbunden werden, das der MR für 12.2 vorsieht. Besonders geeignet ist der Pulsar für die Behandlung des Erwartungswertes bzw. „mittleren Gewinns“, der Schülern erfahrungsgemäß oft Probleme bereitet und hier an einem konkreten Szenario eingeübt werden kann. Aber auch sog. „3xmindestens-Aufgaben“ und das Thema Bernoulli-Ketten und Intervallwahrscheinlichkeiten können in den Pulsar integriert werden. Im Gegensatz zum Pulsar „Entwurf und Durchführung einer Umfrage“ sind beim selbst designten Glückspiel die Trefferwahrscheinlichkeiten vorgegeben bzw. leicht zu berechnen, so dass die Standard-Aufgaben z.B. zur Abiturvorbereitung mühelos herangezogen werden können.

7. Pulsar (Basiswissen): Architektonisches Design eines Gebäudes

Dieser Pulsar sticht insofern heraus, als dass die expressive Gestaltungsfreiheit der Lernenden hier einen besonders großen Raum einnimmt. Ziel des Pulsars ist es, ein oder mehrere Gebäude zu entwerfen und architektonisch-ästhetische Aspekte mit mathematischem Wissen über räumlich-geometrische Strukturen zu verbinden. Dies kann z.B. zur kritischen Reflexion von Stadt- und Raumgestaltung anregen.

Der Pulsar beruht auf der Vernetzung der beiden Fächer Bildende Kunst und Mathematik und damit einer klassisch antiken Liaison. Zunächst einmal wählen die Lernenden eine bestimmte Art von Gebäude aus, das designt werden soll. Die kann klassischerweise ein Wohnhaus, aber auch ein öffentliches Gebäude wie ein Musikhaus oder eine Kirche oder einfach eine „zweckfreie“ Skulptur sein. Für das Gebäude wird eine entsprechende geometrische Form gewählt und diese entweder virtuell mit einer geeigneten Software oder auf dem Papier mit Geodreieck und Bleistift als Skizze realisiert. Die gleichzeitige Konstruktion mehrerer Gebäude unterschiedlichen Formats (z.B. eines Wohnhauses und einer Skulptur) bietet sich dabei auch aus mathematikdidaktischen Gründen an. Mithilfe vektorgeometrischer Methoden (vor allem: Geraden- und Ebenengleichungen, Skalarprodukt) werden dann verschiedene Kenngrößen des Gebäudes bestimmt. Dazu gehören z.B. Schnittpunkte und Schnittgeraden, Winkel oder Flächeninhalte (z.B. von Dreiecken) und Volumina. Die Bestimmung dieser Kenngrößen ist dabei idealerweise in alltagsweltliche Problemstellungen eingebunden, die zu Beginn des Pulsars vorgegeben werden (z.B. ein bestimmtes Materialkontingent, das nicht überschritten werden darf, oder die Einhaltung einer bestimmten Obergrenze für Steigungswinkel aus Sicherheitsgründen). Der Pulsar schließt mit einer praktischen Gestaltungsphase, die z.B. darin bestehen kann, die erarbeitete geometrische Grobskizze zu kolorieren und mit bildlichen Details zu versehen (auch als „planerische“ Ansichten aus verschiedenen Perspektiven) oder sogar ein konkretes Modell der gewählten Gebäude anzufertigen.

Der Pulsar beruht auf dem Thema „Analytische Geometrie“ bzw. „Vektorrechnung“, das laut MR in 13.1 vorgesehen ist. Da dieses Thema einen vergleichsweise kompakten, in sich abgeschlossenen Lernblock bildet, kann dieser Pulsar gut als Perspektive und Abschluss des dritten Semesters fungieren. Aus mathematikdidaktischer Sicht ist erstens darauf zu achten, dass die gewählten Gebäudeformen hinreichend „einfach“ sind, so dass die in der Schule behandelbare Geometrie für die notwendigen Berechnungen ausreicht, und zweitens, dass die gewählten Gebäudeformen eine größere Variation aufweisen, um hinreichend viele Problemstellungen des Gebietes „Analytische Geometrie“ realisieren zu können. In jedem Falle ist ein vorheriger Methodenkurs zur Vektorrechnung obligatorisch.

8. Pulsar (Basiswissen): Biologische und epidemiologische Aspekte von Mikro-organismen

Epidemien wie EHEC, Schweinegrippe oder Ebola bergen ein weltweites, oft unterschätztes Risikopotential. Der Umgang mit solchen „Pandemien“, aber auch mit regional begrenzteren Infektionskrankheiten (z.B. Masern, Norovirus) erfordert ein genaues Wissen sowohl über die biologischen Eigenschaften der entsprechenden Erreger als auch über sozialräumliche bzw. geographische Faktoren ihrer Verbreitung (z.B. städtische Ballungsräume, Infrastruktur, hygienische und protektive Maßnahmen). Quantitative Analysen, insbesondere die Beschreibung und Analyse von funktionalen zeitlichen Abhängigkeiten, spielt hierbei eine Schlüsselrolle. Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, diese Art von Analysen sowie das dazugehörige Hintergrundwissen für ein konkretes Projekt nutzbar zu machen. Dies kann z.B. die Erstellung eines globalen oder regionalen Krisenszenarios sein (geographischer Schwerpunkt) oder die konkrete Züchtung einer - für die Lernenden natürlich gesundheitlich unbedenklichen - Mikrokultur (biologischer Schwerpunkt).

Der Pulsar untergliedert sich – ähnlich wie der Pulsar „Radioaktivität“ – in drei Lerneinheiten: Zunächst werden vom Fach Biologie die Wissensgrundlagen über entsprechende Mikroorganismen gelegt – dazu gehören etwa Wissen über verschiedene Arten von Viren oder Bakterien, Untersuchungs- und Nachweismethoden, Ausbreitungs- bzw. Vermehrungsbedingungen und schließlich auch mögliche Bekämpfungsmaßnahmen. Daran schließt das Fach Geographie an, das über die Ausbreitungsbedingungen und Auswirkungen mikroorganisch bedingter Infektionskrankheiten in Bezug auf menschliche Siedlungsräume aufklärt. Denkbar wären hier z.B. Verknüpfungen zu den Themen Globalisierung, Stadtgeographie, Infrastruktur und Bildung oder Ressourcen(un)gleichheit. Das Fach Mathematik trägt zum Thema des Pulsars einerseits durch die Aufstellung und Analyse geeigneter Vermehrungsprozesse von Mikroorganismen bei (z.B. klassisch: Bakterienkulturen und deren Verdopplungszeit bzw. Wachstumsgeschwindigkeit; eventuell in Abhängigkeit von externen Faktoren); andererseits aber auch durch die Aufstellung und Analyse möglicher Ausbreitungsverläufe von Epidemien.

Wie auch bei den Pulsaren „Radioaktivität“ und „Bevölkerungswachstum“ steht bei diesem Thema der Umgang mit Exponentialfunktionen mathematisch im Vordergrund, so dass ein vorbereitender Methodenkurs in Differentialrechnung obligatorisch ist sowie bei Bedarf eine Auffrischung von Potenz- und Logarithmusgesetzen aus Klasse 11. In den Lerneinheiten zur Biologie bzw. Geographie sollten sinnvollerweise schon Fragestellungen formuliert, die auf eine inhaltliche Interpretation von Extrem- und Wendepunkten abzielen (z.B.: Zu welchem Zeitpunkt steigt die Anzahl der Infizierten am stärksten an? Wann ist mit einem Maximum an Bakterien zu rechnen?).

9. Pulsar (Vertiefungswissen): Das Unendliche in Mathematik, Philosophie und Religion

Eine bedeutende (Kultur-)Leistung der modernen Mathematik besteht darin, einen konsistenten Umgang mit dem Konzept des Unendlichen entwickelt zu haben, das die Mathematik der Antike noch vor größte Probleme stellte. Sowohl die moderne Analysis als auch die Mengenlehre und ihr nahestehenden Gebiete wie Topologie und Lineare Algebra beruhen wesentlich auf Formalisierungen von Unendlichkeit (Grenzwertbegriff und Unterscheidung zwischen endlichen, abzählbar unendlichen und überabzählbar unendlichen Mengen). Gleichzeitig wäre diese Entwicklung kulturgeschichtlich nicht zu denken ohne die wechselseitige Anregung von Mathematik auf einen, Philosophie und Religion auf der anderen Seite. Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, dieser Verbindung nachzugehen und das Unendliche in der Mathematik aus seiner kulturgeschichtlichen Verankerung heraus zu begreifen.

In einer ersten Lerneinheit werden bei diesem Pulsar anhand von Original-Textausschnitten verschiedene weltanschaulich-theologische Zugänge zum Unendlichen eingeführt. Dazu gehört primär die griechische Antike mit dem von Anaximander eingeführten Begriff des „apeiron“, aber auch die auf der Bibel beruhende jüdisch-christliche Tradition mit ihren Vorstellungen von „Ewigkeit“. Dabei soll deutlich werden, weshalb die Mathematik der Antike ihre konzeptuellen Grenzen nicht überwinden konnte. In einer zweiten Lerneinheit wird darauf aufbauend die Rolle des Unendlichen in der Philosophie der Neuzeit angerissen. Hier sind insbesondere die Antinomien und Paralogismen der reinen Vernunft von Kant und die Unterscheidung zwischen „guter“ und „schlechter“ Unendlichkeit von Hegel zu nennen, die beide Wegbereiter für das 19. Jahrhundert waren und die ebenfalls anhand ausgewählter kurzer Textausschnitte behandelt werden. In einer dritten Lerneinheit wird dann erarbeitet, wie die Mathematik des 19. Jahrhunderts (und damit auch noch die Gegenwartsmathematik) die Analysis mithilfe des Grenzwertbegriffes und der Unterscheidung zwischen abzählbar unendlich und überabzählbar unendlich fundierte. In diesem Zusammenhang werden auch die Cantorsche Mengenlehre und die sog. „Paradoxien“ des Unendlichen besprochen.

Didaktisch bietet dieser Pulsar eine sinnvolle Grundlage für den Einstieg in die Oberstufenmathematik in 12.1 auf der Ebene, die herkömmlicherweise dem Leistungskurs entspricht. Die Definition des Grenzwertes, die die Differential- und die Integralrechnung fundiert und die üblicherweise von Lernenden als Herausforderung empfunden wird, wird auf diese Weise kontextuell eingebettet und transparent gemacht. Auch eine Wiederholung der verschiedenen Zahlsysteme (insbesondere: rationale und reelle Zahlen) kann im Rahmen des Pulsars erfolgen. Auch eine nachträgliche Vertiefung des Lernstoffes von 12.1 zum Ende des Semesters ist denkbar. Je nach zeitlichem Rahmen kann die Berechnung von Grenzwerten mit den entsprechenden Rechenregeln und Übungsaufgaben in den Pulsar integriert werden.

10. Pulsar (Vertiefungswissen): Raumkonzepte in Mathematik, Physik und Philosophie

Die Konzeption des Raumes im Mathematikunterricht als zwei- bzw. dreidimensionaler euklidischer Raum, der über Tupel reeller Zahlen definiert wird, ist einerseits in Naturwissenschaft und Technik höchst erfolgreich, andererseits aber alles andere als unspezifisch und voraussetzungslos. Dieser Pulsar soll daher zweierlei leisten: er soll zum Einen aufzeigen, wie mathematische Raumkonzepte funktionieren und in der Physik Anwendung finden, zum Anderen soll er mithilfe philosophischer Kritik an diesen Konzepten (insbesondere aus dem Bereich der Phänomenologie) deren Kontingenz und Grenzen vermitteln.

Der Pulsar gliedert sich in folgende drei Lerneinheiten, die jeweils den Fächern Mathematik, Physik und Philosophie zuzuordnen sind: Zunächst wird der Begriff des zwei- bzw. drei-dimensionalen (euklidischen) Vektorraums eingeführt. Das Rechnen mit Vektoren sowie die Bestimmung von Längen und Winkeln mittels des Standardskalarproduktes wird erläutert. Dies kann als Gelegenheit genutzt werden, erste Grundbegriffe der (über den MR hinausgehenden) Topologie zu definieren, die implizit für die Analysis relevant sind (z.B. abgeschlossene und offene Mengen bzw. Intervalle, Umgebungsbegriff). Hiervon ausgehend wird in einer zweiten Lerneinheit der Begriff des absoluten Raums in der Newtonschen Physik erläutert, der dort mathematisch als drei-dimensionaler euklidischer Standardraum gefasst wird. Dazu in Beziehung wird dann der (für didaktische Zwecke ausreichende) zwei-dimensionale Minkowski-Raum gesetzt, der die Grundlage für eine Einführung in die spezielle Relativitätstheorie bildet. Für die Lernenden soll dabei insbesondere deutlich werden, wie eine kleine Veränderung des Skalarproduktes (es wird nur im ersten Term ein Plus-Zeichen durch ein Minus-Zeichen ersetzt) eine völlig veränderte physikalische Raum-Struktur bewirkt (Zeitdilation, Längenkontraktion etc.). In einer dritten Lerneinheit werden die erarbeiteten mathematischen Raumkonzepte dann philosophisch hinterfragt, indem auf alternative Raumkonzepte aus der Phänomenologie hingewiesen wird. Hierzu eignet sich eine Lektüre kurzer Texte z.B. aus der „Krisis-Schrift“ von Husserl.

Didaktisch bietet dieser Pulsar eine gute Einführung in die analytische Geometrie, die laut MR im gesamten Semester 13.1 behandelt wird. Wie auch beim Pulsar „Das Unendliche“ besteht die Hauptintention darin, den Lernenden lehrplanrelevante Lerninhalte wie Vektorraum oder Skalarprodukt nicht einfach vorzugeben, sondern in ihrer historischen und konzeptuellen Spezifizität vor Augen zu führen. Übungsaufgaben zum Begriff des Vektorraums sowie zu Längen- und Winkelbestimmung mit dem Skalarprodukt (eventuell sogar schon einen Ausblick auf das Vektorprodukt) werden in den Pulsar integriert, so dass eine direkte Anbindung an abiturrelevante Kompetenzen gewährleistet ist.

11. Pulsar (Vertiefungswissen): Zufallskonzepte in der Mathematik aus historisch-philosophischer Perspektive

Ähnlich wie beim Raum wird auch das Konzept des Zufalls im Mathematikunterricht in der Regel kaum historisch oder philosophisch eingebettet. Dies ist allerdings schon deswegen sinnvoll, weil die Stochastik - als drittes großes Thema der Oberstufenmathematik - wesentlich auf ihm beruht. Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, gerade diese Einbettung zu leisten. Einerseits sollen dabei grundlegende mathematische Begriffsbildungen wie Wahrscheinlichkeitsraum, Ergebnis oder Zufallsvariable, die das logische Grundgerüst der Stochastik bilden, eingeführt bzw. wiederholt und eingeübt werden; andererseits soll deren begriffliche Kontingenz aufgezeigt und ihr geschichtliches Werden im Zusammenhang erläutert werden.

Einen guten Einstieg bietet der Briefwechsel zwischen Pascal und Fermat (1650er Jahre), der als die Geburtsstunde der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie angesehen wird. Weiterhin erfolgt eine Lektüre ausgewählter Textpassagen der „Ars conjectandi“ (1713) von Jakob Bernoulli und des „Essai philosophique sur les probabilités“ (1814) von Pierre-Simon Laplace, die ebenfalls zentrale Meilensteine der modernen Stochastik darstellen. Wurde der Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit und der Satz von Bayes schon behandelt, ist auch eine Behandlung der Bayes’schen Interpretation der Wahrscheinlichkeitstheorie möglich. Abgeschlossen wird der Gang durch die Geschichte der Stochastik mit der berühmten Axiomatisierung von Andrej Kolmogorow (1930er Jahre), die auch mit schulmathematischen Kenntnissen bereits nachvollziehbar ist. Didaktisch ist bei diesem historischen Abriss darauf zu achten, eine *problem*geschichtliche Perspektive zu vermitteln. Namen, Daten und sonstige Fakten sind kein Selbstzweck, der mathematisches Wissen enzyklopädisch dekoriert. Es geht vielmehr darum, den Lernenden einsichtig zu machen, auf welche Probleme die Konzepte der Stochastik Antworten darstellen und wie sich diese Antworten in einem langwierigen Prozess zu den leistungsstarken Instrumenten geformt haben, die sie heute sind.

Die Stochastik ist als Themengebiet vom MR in 12.2 sowie auch abiturvorbereitend in 13.1 vorgesehen. Für den Pulsar bieten sich zwei Zeitfenster an: Er kann als Vorbereitung und Wiederholung zu Beginn des Themas in 12.2 platziert werden, er kann aber auch als vertiefender Rückblick an das Ende von 12.2 gestellt werden (z.B. auch in Kombination mit Talentwoche o.ä.). Da die Vermittlung von Konzepten im Gegensatz zu den meist sehr simplen Kalkulationen in der Stochastik von besonderer Relevanz ist, können (und sollten) einschlägige Übungsaufgaben recht problemlos zwischen die historischen Lerneinheiten eingefügt werden.

12. Pulsar (Vertiefungswissen): Anwendungen der Stochastik

Die Stochastik ist unter den drei Themengebieten der Oberstufenmathematik dasjenige, das mit die größte Fülle gesellschaftsrelevanter Anwendungsfelder aufweist. Dazu gehören Wertpapiermärkte und Versicherungen genauso wie statistische Methoden in der Medizin oder den Sozialwissenschaften. Das Ziel dieses Pulsars besteht für die Lernenden darin, jeweils eines dieser Anwendungsfelder auszuwählen und sich genauer mit der Weise vertraut zu machen, in der die Stochastik in diesem Feld arbeitet. Die Frage, welche Felder dies im Einzelnen sind (es könnte sich z.B. um finanzmathematische Anwendungen in einer Bank oder ein medizinisches Forschungslabor handeln), hängt von verschiedenen, m.E. unwägbaren Faktoren ab, so dass hier keine inhaltliche, sondern nur eine methodische Beschreibung des Pulsars gegeben wird. Das allgemeine Vorgehen besteht darin, dass sich ein Schüler (es können eventuell auch Zweier-Gruppen gebildet werden) einen Bereich aussucht, in dem Stochastik konkret und gesellschaftsrelevant angewendet wird. Ziel des Pulsars ist es, ein mehrseitiges Exposé zu erstellen, in dem erläutert wird, welche Aufgaben bzw. Probleme in dem ausgewählten Bereich zu bewältigen sind und welche stochastischen Mittel wie dazu beitragen, diese zu lösen. Dies kann durch eine Internet- bzw. Literaturrecherche erfolgen, aber auch über eine Exkursion in das entsprechende Feld. Eine Integration von Praktika oder Talentwochen in den Pulsar bietet sich dazu an. Interviews mit entsprechenden Personen (z.B. Eltern mit einschlägigen Berufen, Bekannten) können helfen, bereits ausgearbeitetes Wissen zu vertiefen.

Ein offenkundiges Lernziel des Pulsars besteht darin, dass die tatsächliche Anwendbarkeit mathematischen Wissens in der eigenen Recherche (oder besser noch: im persönlichen Kontakt mit dem betreffenden Feld) erfahrbar gemacht wird und nicht einfach von der Lehrperson „postuliert“ wird. Ein anderes, nicht so offenkundiges Lernziel besteht darin, dass der Umgang mit und die Bewältigung von Informationen geübt wird, die für die Lernenden nicht bis ins letzte Detail verständlich sind. In diesem Sinne kommt es *nicht* darauf an, dass die mathematischen Instrumente der entsprechenden Felder von den Lernenden exakt verstanden und beschrieben werden (dies ist aufgrund der hohen Komplexität mit schulmathematischen Mitteln sowieso kaum möglich). Es geht vielmehr darum, nur die für die Darstellung im Exposé erforderlichen *wesentlichen* Funktionsweisen mathematischer Instrumente zu erfassen und alles Übrige als „Black Box“ zu belassen. Dies kann die Lernenden als Erfahrung schon auf ein späteres Berufsleben vorbereiten, in dem der *pragmatische*, d.h. selektive und komplexitätsreduzierende Umgang mit hochspezialisiertem Wissen schon aus Zeitgründen die Regel ist.

Der Pulsar sollte sinnvollerweise entweder gegen Ende von 12.2 platziert werden (vor allem in Kombination mit Praktika und/oder Talentwoche) oder in 13.1, wenn das für die Schule vorgesehene Wissen in Stochastik schon vollständig erarbeitet wurde.

13. Pulsar (Vertiefungswissen): Kulturgeschichte der Mathematik

Die Mathematik ist keine Erfindung der westlich-europäischen Neuzeit. Neben dem antiken Griechenland bildeten sich bereits im alten Ägypten, im sumerisch-babylonischen Kulturkreis sowie in China und in Indien Formen von Mathematik aus. Das Ziel dieses Pulsars besteht darin, der Frage nachzugehen, wie diese Formen von Mathematik beschaffen waren, worin sie sich unterschieden und wie sie in ihren jeweiligen Kulturen verwurzelt waren (hier insbesondere Verbindungen zur Religion und zu technischen und ökonomischen Praktiken). Vor diesem Hintergrund wird abschließend die Frage beleuchtet, inwiefern sich die moderne westliche Form von Mathematik von diesen frühen Kulturformen von Mathematik unterscheidet und weshalb sie sich in den letzten Jahrhunderten so rapide entwickeln konnte (Zusammenhang mit Technisierung, Wirtschaftssystem, gesellschaftlicher Differenzierung etc.).

Die Gliederung in Lerneinheiten kann innerhalb dieses Pulsars nach Kulturepochen bzw. –räumen erfolgen, wobei der Darstellung der Mathematik jeder Epoche eine Erarbeitung der allgemeinen historischen, sozialen und religiösen Bedingungen vorausgeht. Eine enge Zusammenarbeit zwischen den Fächern Mathematik und Geschichte ist dazu erforderlich. So setzt z.B. die Beschäftigung mit der Mathematik des alten Ägyptens das Wissen über die allgemeine Bedeutung von Landvermessung (welche zu geometrischen Problemen führt) oder über die Bedeutung von Klimaereignissen wie der Nilüberschwemmung (welche z.B. zu arithmetischen Problemen führt) in der entsprechenden Kultur voraus. Bei der Erarbeitung der einzelnen Kulturen kann auf Texte und Geschichtslehrwerke, aber auch auf entsprechende Filme zurückgegriffen werden. Ein Leistungsnachweis kann in Form eines Referates oder einer schriftlichen Ausarbeitung erfolgen. Hier bietet sich neben einer epochenspezifischen Wahl auch eine Vergleichsperspektive an – etwa verschiedene Arten von Zahlensystemen in verschiedenen Kulturen oder ein (kritischer) Vergleich von „Entwicklungsstufen".

Dieser Pulsar unterscheidet sich insofern von den vorhergehenden, als dass er nicht unmittelbar an lehrplanrelevantes Wissen anknüpft bzw. mit abiturrelevanten Übungsaufgaben verbunden ist. Daher ist seine zeitliche Platzierung innerhalb der Oberstufe relativ frei wählbar und auch die Vorbedingungen für die Teilnahme sind vergleichsweise offen. Er kann allerdings für eine *Wiederholung* des Mittelstufen- bzw. Einführungsphasen-Stoffes wie das Lösen von Polynomgleichungen, binomische Formeln oder die Satzgruppe des Pythagoras verwendet werden.